Prof. Dr. Alfred Toth

Iterationshierarchien bijektiver Abbildungen von Peircezahlen auf Abbildungszahlen

1. Als bekannt vorausgesetzt werden darf die Menge der Peanozahlen

P = (1, 2, 3, …, n).

Bei ihnen wird stets von einer Initialzahl m ausgegangen und diese der Nachfolgerzahl N(m) abgebildet, so zwar, daß die Vorgängerzahl V(m) einer Zahl (m+1) immer nur V(m) ist, also nicht die Menge aller Vorgängerzahlen von (m+1).

$1 \quad \rightarrow \quad 2 \quad \rightarrow \quad 3 \quad \rightarrow \quad \ldots \quad \rightarrow \quad n$

2. Dagegen ist bei den von Bense (1979, S. 53 u. 67) eingeführten Peircezahlen

I = (1, (1, 2), (1, 2, 3), …, (1, …, n))

nur die Initialzahl m eine Einzelzahl, d.h. jedes V(m) von (m+1) enthält stets die Menge aller Vorgängerzahlen von (m+1), so zwar, daß für jede Menge i und ihre Nachfolgermenge (i+1) gilt: $i \subset (i+1)$.

$1 \quad \rightarrow \quad (1 \rightarrow 2) \quad \rightarrow \quad (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \quad \rightarrow \quad \ldots$

Bense sprach auch von “verschachtelten Relationen” bzw. von “Relationen über Relationen” (vgl. dazu Toth 2019a).

3. Die in Toth (2019b) eingeführten Abbildungszahlen

A = ((1→2), (2→3), (3→4), …, ((n-1) →(n))

zählen nicht die Peanozahlen, sondern ihre Abbildungen aufeinander in der Peanofolge, d.h. sie unterscheiden sich von den Peanozahlen einzig dadurch, daß es keine Initialzahl gibt, die keine Abbildung ist.

$(1 \rightarrow 2) \quad \rightarrow \quad (2 \rightarrow 3) \quad \rightarrow \quad (3 \rightarrow 4) \quad \rightarrow \quad \ldots$

4. Bemerkenswert ist, daß die Abbildungen von Peanozahlen, Peircezahlen und Abbildungszahlen trotz der aufgezeigten Unterschiede für jedes der drei möglichen Paare bijektiv ist (vgl. Toth 2019c).

4.1. $P \rightarrow I$

1	$\rightarrow$	2	$\rightarrow$	3	$\rightarrow$	...
$\downarrow$		$\downarrow$		$\downarrow$		
1	$\rightarrow$	$(1\rightarrow 2)$	$\rightarrow$	$(1\rightarrow 2\rightarrow 3)$	$\rightarrow$	...

4.2. $P \rightarrow A$

1	$\rightarrow$	2	$\rightarrow$	3	$\rightarrow$	...
$\downarrow$		$\downarrow$		$\downarrow$		
$(1\rightarrow 2)$	$\rightarrow$	$(2\rightarrow 3)$	$\rightarrow$	$(3\rightarrow 4)$	$\rightarrow$	...

4.3. $I \rightarrow A$

1	$\rightarrow$	$(1\rightarrow 2)$	$\rightarrow$	$(1\rightarrow 2\rightarrow 3)$	$\rightarrow$	...
$\downarrow$		$\downarrow$		$\downarrow$		
$(1\rightarrow 2)$	$\rightarrow$	$(2\rightarrow 3)$	$\rightarrow$	$(3\rightarrow 4)$	$\rightarrow$	...

5. Im folgenden zeigen wir die Iterationshierarchie der Abbildung von Peircezahlen auf Abbildungszahlen für die ersten 5 Stufen.

5.1. $I^1(I \rightarrow A) =$

$1, (1\rightarrow 2), (1\rightarrow 2\rightarrow 3)$

5.2. $I^2(I \rightarrow A) =$

$(1\rightarrow(2\rightarrow(3\rightarrow 4))), ((1\rightarrow(2\rightarrow(3\rightarrow 4)))\rightarrow(2\rightarrow(3\rightarrow 4))),$
$((1\rightarrow(2\rightarrow(3\rightarrow 4)))\rightarrow(2\rightarrow(3\rightarrow 4))\rightarrow(3\rightarrow 4))$

5.3. $I^3(I \rightarrow A) =$

$((1\rightarrow(2\rightarrow(3\rightarrow 4)))\rightarrow((2\rightarrow(3\rightarrow 4))\rightarrow((3\rightarrow 4)\rightarrow 4))),$
$(((1\rightarrow(2\rightarrow(3\rightarrow 4)))\rightarrow((2\rightarrow(3\rightarrow 4))\rightarrow((3\rightarrow 4)\rightarrow 4)))\rightarrow((2\rightarrow(3\rightarrow 4))\rightarrow((3\rightarrow 4)\rightarrow 4)$

$)),$
$(((1\to(2\to(3\to4)))\to((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4)))\to((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4)$
$)\to((3\to4)\to4))$

5.4. $I^4(I \to A) =$

$(((1\to(2\to(3\to4)))\to((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4)))\to(((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4$
$))\to(((3\to4)\to4)\to4))),$
$((((1\to(2\to(3\to4)))\to((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4)))\to(((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to$
$4))\to(((3\to4)\to4)\to4)))\to(((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4))\to(((3\to4)\to4)\to4))),$
$((((1\to(2\to(3\to4)))\to((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4)))\to(((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to$
$4))\to(((3\to4)\to4)\to4)))\to(((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4))\to(((3\to4)\to4)\to4))\to(($
$(3\to4)\to4)\to4))$

5.5. $I^5(I \to A) =$

$((((1\to(2\to(3\to4)))\to((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4)))\to(((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to$
$4))\to(((3\to4)\to4)\to4)))\to((((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4))\to(((3\to4)\to4)\to4))\to($
$(((3\to4)\to4)\to4)\to4))),$
$(((((1\to(2\to(3\to4)))\to((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4)))\to(((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to$
$4))\to(((3\to4)\to4)\to4)))\to((((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4))\to(((3\to4)\to4)\to4))\to($
$(((3\to4)\to4)\to4)\to4)))\to((((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4))\to(((3\to4)\to4)\to4))\to(($
$((3\to4)\to4)\to4)\to4))),$
$(((((1\to(2\to(3\to4)))\to((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4)))\to(((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to$
$4))\to(((3\to4)\to4)\to4)))\to((((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4))\to(((3\to4)\to4)\to4))\to($
$(((3\to4)\to4)\to4)\to4)))\to((((2\to(3\to4))\to((3\to4)\to4))\to(((3\to4)\to4)\to4))\to(($
$((3\to4)\to4)\to4)\to4))\to((((3\to4)\to4)\to4)\to4))$

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Iterierbarkeit „verschachtelter“ Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Abbildungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Peanozahlen, Peircezahlen und Abbildungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

10.3.2019